

統計數字的可靠性

程學鴻

在我們日常生活環境中，經常面臨着大量的人羣，很多的事件，我們也常可聽到或看到報導社會、經濟及商業狀況的趨勢，民意測驗，人口調查的統計報告，或我們工作上研究的各種資料中多少都包含了些統計的數字，可以說統計是用來觀察社會一般狀態的數字，並說明其特別的意義，也可以說統計不僅是科學研究所必需，與我們的衣食住行，乃至學習做事處世均息息相關，就是本所對國際關係的研究，也是不可或缺的。統計這一門學問既然牽連得這麼廣，不過我現在所要提出來報告的，僅屬於最平常的應用統計範圍內一部份的小部份，統計數字的可靠性。

做統計工作的人員，往往爲了要達成自己某一種目的，可使用各種統計方法來統計，像平常所聽到的：平均數啦，圖表啦，趨勢啦，而這種統計出來的數字，常常並不是祇去注意它們外表那麼單純，因爲它們真正的涵意也許比外表要多得多，也說不定要少得多，所以讀統計數字時若不甚解地看過去，往往也就馬虎過去算了。如要查根究底的弄清楚這個統計數字的性質意義，因爲使用統計的方法不同，會產生出不同的效果，所以我們必須要注意幾點，現在分別敘述在下面。爲求明顯起見，有關說明之舉例，比較要突出一點，請不必追究其實質性，這是事先必須申明的。

第一、用抽樣統計的方法。所謂抽樣統計，就是從許多的資料中，抽取幾樣來做代表性的檢查，因爲資料很多，或則不可能把每樣資料都拿來一一檢查，所以抽取一小部份來作爲抽樣檢查。需要注意的是抽出來的樣本，不可能與全體資料相同，也就是說不能代表其全體，所以這種抽樣統計的方法，在其本質上是天生就有偏差的。下面舉個例來說明：有一家新聞週刊的報導說：「在民國三十九年屆的台大畢業生，現在平均每人每月的收入是八、二五元。」看起來到底是台灣最高的第一學府台大畢業生有辦法！這樣一個鮮明的數字，給人家一個深刻的印象，好像是說：台灣大學畢業的學生，一定是會有很好的待遇。也可以這麼說：祇要是你或是把你的兒子送進了台大，將來一定不用愁。我們不妨仔細的看看，覺得這個數字統計得太精確了

，而且似乎也太高了些。要把任何一個團體中的平均個人收入，很精確的統計出來是非常困難的，也不可能每人把去年每個月的收入記得那樣詳細，除非你的收入全靠薪水。

平均月入八、二五元不會全是薪水，多半會有其他額外的收入。被調查的人，有的會由於虛榮心而加以誇大，當然也有因其他緣故而故意少報。根據常識判斷，這個統計數字，與事實會有一段距離，這個平均收入，也許只有八、二五元的一半，或者還要少些。這台大校友的收入報告，是抽樣得來的，因爲常理告訴我們，民國三十九年畢業的學生，不可能全部找到，相隔二十年的時間，不算長也不算短，在這不斷進步的社會裏，一定有很多人失去了聯絡。

在現在還有地址的校友中，有很多人可能不會把調查表寄回來，尤其是調查涉及私人事務的時候，一般來說，估計能夠有五%至一〇%的回覆，也就差不多了。絕不會有百分之百的成績的。

因此，我們看到的平均收入，所根據的樣本是有地址而且把調查表寄回來的人所產生的，這樣的樣本有多少的代表性？能與那些沒有地址及未回覆的人的收入一樣呢？

有地址的人，很可能是些賺大錢的公司董事，工廠經理，或已成爲金融界名人之類，他們即使不與校友會聯絡也沒有關係，可以在其他人名錄上找得到。

如果那些失去聯絡沒有地址的校友，大多是那些拿到學士學位後，雖經廿年之努力，仍毫無起色的角色，他們是一些科員技師之類的小腳色，或失業在飢餓線上掙扎的作家和藝術家等。這些人從來不參加校友組織活動。

雖有地址而不回覆的又是怎樣的人呢？很可能他們的薪水不足以拿出來炫耀的人。

這樣一來，我們知道這個樣本裏少了兩種人，這兩種人要是也統計進去的話，很明顯的就要降低現有的平均收入。這個八、二五元是僅僅代表了

該屆畢業生的一部份，這一部份人都是有地址而且願意把他們的收入公佈出來，我們還要假定他們所填的調查表都是確實的才能算數，否則的話，這個調查統計，會偏差得變成毫無意義。

對於這種抽樣統計，除了看得見的偏差外，還有看不見的偏差，這就是說，即使我們看不出任何偏差，而事實上，還是有偏差的。

第二、是利用平均數來作統計數字。因為平均數可有好幾種方法來平均，最常用的有算術平均數，中位平均數，衆數平均數等不同，所以僅說「平均數」，這個字裏含義並不明確。因此使用不同意義的平均數就會答出不同的數字來，那末什麼叫做「中位平均數」「衆數平均數」及「算術平均數」呢？現在以一家公司同仁的平均薪水多少為例來說明之：假如這公司有三十位同仁其中十五位的薪水高於三千元，而另十五位同仁低於三千元，則三千元是所有同仁薪水的中間數字，也就是說中位平均數就是三千元，若三十人中有十人的薪水不足二千元，換句話說，該公司有二十人是超過二千元的，也就是說賺二千元以上的人為最多，這二千元稱為衆數平均數。所謂算術平均數，就是將三十人每人的薪水加起來的總數，再除以三十，答出來的數字，就是算術平均數。當然，若說中位平均數和衆數平均數，都能使我們對該公司同仁的收入情形，知道得清楚些，而算術平均數是把總經理、董事長，及職員的收入總加起來，除以總人數。大家都知道總經理、董事長的收入當然要比其他職員多多了，所以算出來的算術平均數就會比一般職員實際薪水要高，而且也看不出公司同仁的實際收入情形，所以，說算術平均數是毫無意義的。因之，當有人告訴你什麼東西的「平均數」時，你必需要知道他所說的是什麼樣的平均數，否則跟完全不知道也差不多。

用算術平均數來統計的方法很多，通常可隨事情不同，目的不同而變換。舉個例來看：有三個朋友合股開了一家工廠，他們做了一年生意還不錯，到年終時，總計賺了二七六、〇〇〇元，三個老板支付了全體員工九十人的薪水一九八、〇〇〇元，他們三人自己每人的薪水是一一、〇〇〇元，另外留出了四五、〇〇〇元作為紅利，是準備他們這三個股東老板均分的，如果按照算術平均數的算法來統計一下：

$$\frac{198000}{90} = 2200 \text{元}$$

統計數字的可靠性

$$\frac{11000 \text{ (薪水)} + 45000 \text{ (紅利)}}{3} = 26000 \text{元}$$

若就以這兩個數字公佈出去，不是顯得股東分得太多了嗎？而且員工們看了，心裏又會作何感想呢？所以就要換個方法來表示：從賺得的二七六、〇〇〇元中僅留出一五、〇〇〇元作為股東的紅利，其餘的均作為薪水，仍用算術平均法來計算：

$$\frac{\text{每人平均工資或薪水}}{93} = \frac{276000 - 15000}{93} = 2806 \text{元}$$

$$\frac{\text{股東每人的紅利}}{3} = \frac{15000}{3} = 5000 \text{元}$$

每人的平均薪水變為二、八〇六元，而股東的紅利祇有五千元，這樣對股東來說，似乎心安理得，也可以公佈於大家面前了。另外還有一種好的辦法，就是求出股東所分的紅利僅佔所賺的錢的百分之幾， $\frac{15000}{276000} \times 100\% = 5.44\%$ 所以像這種變化的統計技術，若不仔細看，仔細想，是不容易看出股東和員工們實際的所得是多少。

第三、一份統計報告，經常會牽涉到許多有關的重要資料，但是這些資料在統計表上是看不見的，以致使看的人在觀念上會發生許多錯誤。這些資料是什麼呢？第一點是說從試驗得出來的統計數字，有時是從機遇關係而來的，也就是剛好碰到那種很好的數字，但在統計表上是看不出這是由機遇關係得的。

黑人牙膏為了表現其優越性能，在某一次刊登的廣告上說：「根據調查的證明，使用過黑人牙膏的人，蛀牙減少了二三%。」現在讓我們來研究一下這個統計報告，是不是真的能使蛀牙減少二三%呢？首先可以根據我們的經驗覺得，所有的牙膏似乎都是差不多的，除了味道有些差別外，沒有那一種牙膏是有特別效能的。那麼黑人牙膏公司的統計數字又是怎麼得來的呢？原來他們是以每一小組大約只有三四個人來做用牙膏刷牙的實驗，要每一小組的人先使用別種牌子的牙膏，並對他們的蛀牙變化做三個月的記錄，然後再換用黑人牙膏。這樣會產生三種結果：就是蛀牙減少，蛀牙增多，或不增不減。假如發生在第二或第三種情形，也就是蛀牙增多或不增不減的情形，那

黑人牙膏公司把這結果在絕不讓人看到的情形下收藏起來，然後再繼續試驗，這樣下去一定會由於機遇的關係，發現某一小組的人對蛀牙記錄有顯著的進步，這種進步實際上是偶然的，就是過一天可能蛀牙又增加了，也不去管它，只是拿那有進步的結論做統計表。像這樣人數既少，次數又少的實驗結論能說是正確嗎？很明顯是不對的，只是利用這種機遇關係求得的統計數字，因其不具代表性，是非常不正確的。

第二點是一個統計報告若能夠說出它的顯著性度，那就有了一個衡量統計數字的標準，因為顯著性度可以告訴我們的是抽樣求得結果有多少可能是真正的結果，而不是由機遇造成的。例如：台北市政府主計處去年八月初統計說：「五十九年度上半年台北市平均每戶收入現金四、四二五·八〇元。」並說明這是從一百戶中抽查九十五戶的結果，由這個就可知道其顯著性度是五%，在別的一般統計資料上是不會表示出來的，所以我們必須要仔細考慮這種統計數字。

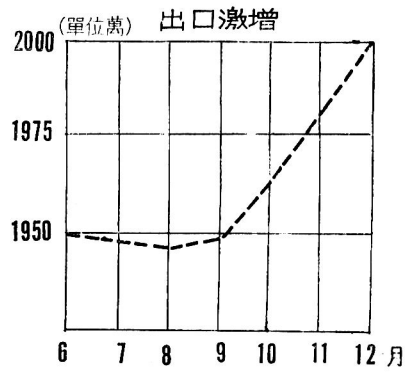
第三點是關於全距的報導，也是不容易在統計報告上找到的。所謂全距，就是一個平均數與其兩端最遠點的差距；也就是說，若有一個平均數是十，我們就應進一步知道其最大數是十六，最小數是四，才得出這個平均數十。這最大數與最小數，也就是「全距」，平常不會出現在統計報告中，而且也不會引起一般人的注意，所以常會產生出許多誤會。例如：某建築商想在台北造一座公寓大樓，該建築商必須先查一下台北的人口統計資料，方知道每戶公寓應該需佔有多大面積，若干臥房，臥房之大小，客廳之面積等。經他查出當地平均每戶是四·八人，也就是說大約每戶有四到五人，所以建築商認為每戶公寓有二或三間臥室就夠了。待着手建築蓋好後，竟然有一大半都賣不出去，原來該建築商不知道台北市人口的全距，也就是台北市每戶最少有多少人，最多有多少人，且佔的比例是多少，所以才使房子大半都賣不掉。原來在台北市一個家庭中有一至三人的佔三五%，多於五人的佔二〇%，而四至五人的只有四五%，因此有五五%的家庭不喜歡有二三間臥室的公寓，難怪房子大半賣不出去。但是在統計表上並未顯示這全距的數字比例，所以才發生了這種誤會。若能把平均數和全距的數字都寫出來，那這些誤會將不致發生了。所以像全距，機遇關係，顯著性度，有關資料，在看統計數字時，是要必須注意的。

第四、抽取出來的樣品，究竟對全體有多大的代表性；也就是說所抽取的樣品和全體的差別有多大，本可用一個數字來表示。這個數字我們叫做「可能差」或「標準差」。這樣對此統計數字，可能更了解其可靠程度。通常一般是不寫出來的。例如：有一家雜誌社調查讀者的意見，發現四〇%的讀者喜歡文藝小說，另外三五%的讀者喜歡武俠小說，對一個雜誌社來說四〇%與三五%的讀者多少的差別也許很重要，於是這雜誌社的編輯先生就根據此項統計數字決定調整多登些文藝小說的文章。現在來看看這樣的決定是否是正確的？而且四〇%與三五%的統計數字本身是否正確呢？我們先來研究一下這些寄回來的調查表，其中一定有幾類不同的讀者，有的是讀完全文的，有的讀了大半的，有的略為看一下的，以及完全沒有看的。那些沒有看過的和沒有看完的人，可能祇是隨意填調查表，所以調查表就產生了誤差。假如這個差誤是五%的話，那末喜歡文藝小說的讀者應是四〇%加減五%，喜歡武俠小說的讀者是三五%加減五%。所以喜歡文藝小說的讀者比例佔三五%到四五%之間，喜歡武俠小說的讀者佔比例三〇%到四〇%之間。於是你不難發現大約有四分之一的可能機會，喜歡武俠小說的讀者實際上會高到四〇%，而喜歡文藝小說的讀者可能會低到三五%。這樣一來，喜歡武俠小說的讀者不一定就比喜歡文藝小說的讀者少，甚至還可能多呢！由於這位編輯先生不知道有可能差的存在，就決定認為喜歡文藝小說的讀者一定比喜歡武俠小說的讀者多，這是不正確的，也因為統計表上没有表示可能差或標準差來，而使看的人也發生了誤差。

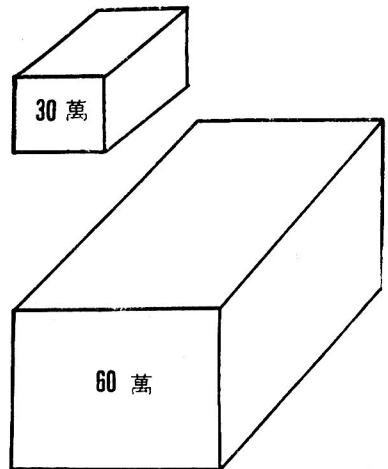
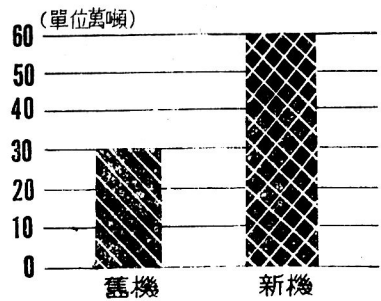
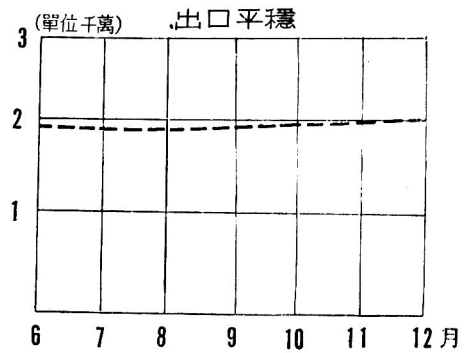
第五、是做統計的人，認為用曲線表來表示事物的趨勢是很有有效的方法，而且是簡單明瞭。但因圖表表格的單位可以自己隨意決定，這就可使統計人員因自己統計這項報告的目的不同而製作不同單位的表格。譬如台糖公司若想報導去年下半年砂糖出口的總值由一、九五〇萬元增加到二、〇〇〇萬元，就可任意選擇甲圖或乙圖來表達，這完全看其目的而決定。若只想告訴別人這件事吧了，那麼畫乙圖也就可以了；若想把四%的增加描繪成四〇%一樣，使別人覺得出口的糖量增加得很可驚，自然要用甲圖了。

由此可知雖然是同樣的統計數字，但能畫出簡單明瞭而不同的曲線表來。像甲圖那樣誇張的圖，就能使看的人立刻在腦子裏起強烈的反應，並發生很好的效果。

甲圖



乙圖



第六、是用圖形的大小來比較兩種或兩種以上數量的統計數字，也是可給人以一種一目了然的感覺，對統計的人也是一個很有效用的工具。例如台北機械公司出產了一種製造鋼釘的新機器，經測試其生產效率的統計，發現以往的舊機器每月祇能生產三十萬噸，而這新機器却生產六十萬噸，現在若僅以這兩個數字來表示，自然不够醒目。要好一點的辦法，就是繪一張柱形的圖表，我們可看出這仍然是一張清楚而且誠實的圖表，表示六十萬噸的長柱恰好比三十萬噸的高一倍。可是這樣的圖表終嫌不够生動，因為這家公司不但要告訴你這件新出品的事，而且還想告訴你新機器比舊機器要好得多，也就是要強調三十萬噸與六十萬噸之間有很大的差別。於是就像另外一張圖那樣畫，特別顯示三十萬與六十萬之差。從這圖上，就所佔紙上的面積來說，大的要比小的大四倍，而實際註明的數字依然是二比一，但視覺印象告訴你是四對一，這張圖的目的，正是要給你這個印象。雖然嘴裏說的是一倍，圖片的實際却是四比一。這也就是統計圖造成的效果。所以當看到這種以圖形大小來表示統計數多少時，就要考慮到它的造形。

統計數字的可靠性

第七、有些人對於沒法證明而又要去證明的東西，常會找些與本題不相干、而看起來又好像很對的，但實際是毫無意義的數字來利用，也就是找出似是而非的東西連接起來並把它拉上關係，使我們不容易發覺，就信以為真。例如有一家公司做宣傳說：「本公司所製的甘蔗壓榨機能够多榨出二〇%的甘蔗汁。」我們再來研究研究是否真有其事。先想一想，如果真能增加二〇%的甘蔗汁，那需要壓榨機的人，還會去買別種牌子的嗎？經仔細的推考，才發現原來這家公司的壓榨機是指比用手擠壓出來的甘蔗汁多二〇%。像這個統計數字，與我們所想要知道這家公司的甘蔗壓榨機，究竟能榨出多少甘蔗汁的資料是不相干的，用手擠壓出來的當然要少，所以這家公司的壓榨機，說不定是市場上最差勁的一種呢！

有許多公司的財務報告裏，也能找出很多似是而非的數字來。有的公司的利潤看起來小得可憐，你不妨找一找它的利潤有沒有隱藏在別的項目裏，也就是沒有報導出來的部份可能會藏在折舊，特別折舊，和緊急備用的費用名下去了。同時利潤也可以用百分比來表示。假如一家公司今年賺得利潤一千萬元的話，他可以說：「本公司今年賺得一%的營業利潤。」也可以說：「本公司今年賺得一五%的投資利潤。」所以，這家公司若希望別人看了他

的統計報告後，覺得他的公司賺的錢不多，並沒有做投機生意，誠實可靠，他可以用前者來報告；若希望別人看了覺得這家公司生意不錯，那就可以用後者來報告。有時也可以說：「本公司今年的利潤增加了四〇%（但這是跟前五年的比較）。」也可以說：「本公司的利潤減少了六〇%（這是跟前年的比較）。」但問題是用了這些方法來報告，結果還是不知道這家公司今年究竟賺了多少錢。因此，報導這種似是而非的數字出來，是無意義的了。

第八、統計人員亂用因果律來推理而得的統計資料，因這種錯誤的因果推理，使人看起來很平常，但常能使大家相信這些錯誤的事。所以要避免讀到這樣錯誤的統計數字，我們對每一次關於因果解釋的統計報告，都要詳加檢查。例如：有一項統計報告說：「在大學生中，凡吸煙的人成績都很低。」這樣看來，若要想成績好，是非戒煙不可了。雖然，我們可以相信這項報告本身不會有什麼問題，因抽樣的人數是足夠多，抽取的過程也很仔細，吸煙與成績的相關性的確很高。問題就出在統計數字的解釋和推理上。一般人認為：「乙事在甲事之後發生，則甲是造成乙的原因。」也就是成績低在吸煙之後發生，使吸煙的人成績就會低，吸煙就是造成成績低的原因，故應戒煙。像這樣的結論，是毫無根據的，因為我們根據這個統計報告，也可以說：「會不會是那些喜歡社交活動的學生，他們不喜歡讀書，却喜歡吸煙呢？」那末戒煙之後，他們的成績是不是就會好呢？像這樣一種錯誤的因果推理，是要我們仔細來想想之後才能接受的。

另外，根據相關性推理的結論，有時成立，有時不成立的，當超出原來的證據範圍時，就不成立了。例如：我們很容易證明出：「一個地區，下雨量越多，則稻穀長得越好，收穫量也越多。」粗看之下，雨真是農民的恩物，可是一季中若雨量太多的話，就可能把稻苗淹死，收穫反而減少，所以超過一定限度的雨量，不但稻長不好，收穫量也會減少。因此，本來是正的相關係數，祇有在雨量不多不少的範圍內才有效，一超過了限度，就立刻變成了負數。這個由因果關係的統計報告，似乎不能完全成立。因為相關係數祇是表明事物的一種傾向，並不表示兩件事之間一定是一比一的理想關係。有些統計報告上，顯示出大專教育對賺錢的重要，其動機不外是希望每個人都能受大學教育。但問題出在這項統計的結論對不對？進大學的人賺的錢就一定比沒有進大學的人多嗎？當然是有很多例外的。現在假設：那一批賺錢多的

人，不管進不進大學，總是會多賺錢。因為這些賺錢多的人不外有兩種人；就是聰明的或有錢的，聰明的人也許不需要受大學教育也一樣能賺大錢。有錢的人顯然錢本身就能生錢。有錢的子弟，不管有沒有唸大學，很少有窮的。所以不一定要進大學後才能賺大錢。像這樣把因果歪曲顛倒混淆在一起，常會使我們的常識判斷失去作用。

第九、做統計的人常會故意做出精確的統計數字，能使最不可靠的數字看起來很像真的。第一種是使統計的數字帶有小數點，這樣首先就會使我們有數字很精確的好印象。我隨便找了一百個人來問他們昨晚睡了多少時間，經統計之後的結果是：「每人平均睡眠的時間是七·八二五小時。」聽起來就覺得這個數字不會有什麼問題，其實這統計數字一開始就有了問題。因為多數人的答案總會說多或說少些時間，而且我們也不知道說多或說少的時間會不會互相抵銷，所以這個數字本身就帶有了偏差，祇因說了七·八二五帶有小數點，所以能使人聽起來非常正確似的。若說人們睡覺時間大約八小時，那就怎麼也引不起別人注意了。第二種是利用百分比，這也能使不正確的東西看起來是真的一樣。例如在耶誕節前幾天，有一則廣告說：「耶誕禮物大贈送，價格減低一〇〇%。」從這廣告來看，真像聖誕老人在出手贈送似的，其實這是一種混淆百分比的手法而已，實在的減價祇是對折，你所省的錢，只不過是原來價錢的一半，也就是新價錢的一〇〇%。另外有一家紡織公司推銷存貨大減價說：「各種衣料減少一五〇%價格出售。」這不是說紡織公司在出售衣料時，要倒貼顧客錢，才能賣掉呢！天下那有這種事。實際這一五〇%，當然是指減低的新價錢的一五〇%。

利用百分比變化的方法很多，在說明物價指數上是常有的。舉個最簡單的例子：「去年豆漿是兩塊錢一碗，包子五角一個。今年豆漿減價為一元，包子漲價為一元。」現在要證明一下，假如以去年的物價為基礎，也就是以去年的物價為一〇〇%，今年豆漿為一元，所以是去年的五〇%，包子為一元，是去年的二〇〇%，而五十與二百的平均數是一二五，也就表示今年物價是去年的一二五%倍，所以說今年物價上漲二五%。若換個標準，以今年的物價為基礎，那去年豆漿就是今年的二〇〇%，包子是今年的五〇%，五〇與二〇〇的平均數是一二五%，所以去年物價是今年的一二五%，也就是去年物價比今年高二五%。

